

Embebimiento en espacios de Hilbert de modelos Autorregresivos

Edgar Valencia
Departamento de Matemáticas
Universidad Tecnológica de Pereira

En muchas oportunidades de nuestra vida diaria nos enfrentamos a procesos afectados por eventos aleatorios que inciden en los resultados que predecimos. Estos procesos son llamados procesos estocásticos. En la estimación de estos procesos, los métodos paramétricos (Máxima verosimilitud, Mínimos cuadrados y Yule-Walker) y los métodos no paramétricos (Métodos usando kernels) pueden ser métodos efectivos en la estimación y predicción del proceso. Sin embargo, ambos métodos presentan algunas limitaciones. El primero tiene el inconveniente que en ocasiones no cumple con los supuestos acerca de la forma funcional del conjunto de variables de las cuales provienen los datos, y los estimadores obtenidos sólo son óptimos para grandes cantidades de datos. El segundo tiene el problema de generar estimadores con un amplio error cuadrático medio y un alto costo computacional.

A partir del año 2007 se ha utilizado la técnica de embebimiento en espacios de Hilbert en aplicaciones como: en la estimación y predicción de una cadena oculta de Markov, en el modelamiento de un sistema dinámico, en la estimación de la distancia entre dos distribuciones y en pruebas de independencia entre dos variables aleatorias.

Esta técnica consiste en embeber un conjunto de distribuciones en un espacio de Hilbert con kernel reproductivo, a través de un operador de covarianza cruzada, donde este operador es expresado en función de un producto exterior y su estimador se puede calcular a partir de un conjunto de entrenamiento.

Nuestro propósito es emplear la técnica de embebimiento en espacios de Hilbert en la estimación y predicción de los procesos estocásticos lineales $AR(p)$. El procedimiento para alcanzar este propósito es el siguiente: se considera el proceso $AR(p)$ en el espacio de entrada, y mediante una transformación no lineal se lleva el modelo al espacio Hilbert H , luego se soluciona el sistema de ecuaciones en H usando las ecuaciones de Yule-Walker, donde los coeficientes de la matriz del sistema resultante son matrices kernel mal condicionadas, por lo tanto se usa regularización. Ahora, como los parámetros estimados están en el espacio H y no en el espacio de entrada, para proporcionar una predicción se aplica un método de pre-imagen para volver al espacio de entrada.