

Un algoritmo Cuasi Newton global para problemas de complementariedad no lineal

Expositor: Carlos Andrés Arias Torres

Resumen: Sea $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $F(\mathbf{x}) = (F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_n(\mathbf{x}))$, una función no lineal y continuamente diferenciable. El *Problema de Complementariedad No Lineal* (PCNL), consiste en hallar un vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ tal que

$$\mathbf{x} \geq 0 ; F(\mathbf{x}) \geq 0 ; \mathbf{x}^T F(\mathbf{x}) = 0, \quad (1)$$

donde la expresión $\mathbf{y} \geq 0$ para un vector en \mathbb{R}^n significa que todas sus componentes son no negativas.

La tercera condición de (1) implica que $x_i F_i(\mathbf{x}) = 0$ para $i = 1, 2, \dots, n$ y por lo tanto, $x_i = 0$ o $F_i(\mathbf{x}) = 0$, siendo esta la razón por la cual el problema recibe el calificativo de *complementariedad*. Esta condición trae consigo implícitamente la búsqueda de un equilibrio entre la *variable* del problema y el valor que toma la función que define el problema en dicha variable. Así, el concepto de *complementariedad* es sinónimo del concepto de *sistema en equilibrio* [2].

Por lo mencionado anteriormente, *problemas de complementariedad no lineal* surgen de forma natural en campos como la Ingeniería, la Física y la economía. Es por ello que ha sido de gran interés para la comunidad matemática el estudio de diversos métodos que permitan solucionar el PCNL.

En nuestra investigación proponemos un algoritmo *cuasi Newton global* para resolver el PCNL a través de la minimización de una función de mérito asociada al problema, es decir, proponemos una globalización del algoritmo presentado en [1], usando ideas del algoritmo expuesto en [4]. Desarrollamos su teoría de convergencia global y realizamos pruebas numéricas preliminares que muestran un buen desempeño del mismo. Adicionalmente, analizamos numéricamente el comportamiento del algoritmo propuesto cuando cambiamos la *búsqueda lineal estándar*, por una *búsqueda lineal no monótona* [3] e incluimos una exploración preliminar de la variación del parámetro λ y su impacto en la convergencia global del algoritmo

Referencias

- [1] Favian E. Arenas, *Métodos secantes de cambio mínimo para el problema de complementariedad no lineal*, Tesis de Maestría, Universidad del Cauca, 2013.
- [2] Michael C. Ferris and Jong-Shi Pang, *Engineering and economic applications of complementarity problems*, SIAM Review **39** (1997), 669–713.
- [3] L. Grippo, F. Lampariello, and S Lucidi, *A nonmonotone line search technique for newton's method*, SIAM **23**.
- [4] Christian Kanzow and Helmut Kleinmichel, *A new class of semismooth newton-type methods for nonlinear complementarity problems*, Comput. Optim. Appl. **11** (1998), no. 3, 227–251.