

# FORO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

## LA HIPÓTESIS DE RIEMANN Y EL TEOREMA DE LANG-WEIL

Alejandro Simarra  
Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)  
Rio de Janeiro, Brasil

### RESUMEN

La hipótesis de Riemann clásica afirma que los ceros no triviales de la función zeta

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s} \quad (s \in \mathbb{C})$$

son un subconjunto de la recta  $\operatorname{Re}(x) = \frac{1}{2}$ . En 1949, Weil conjeturó un resultado similar sobre variedades definidas sobre cuerpos finitos que fue probado por Deligne en 1974. La importancia de esta conjetura “hipótesis de Riemann sobre cuerpos finitos” radica en que ella establece una conexión entre la aritmética, la topología y la geometría de las variedades.

Los objetivos de esta charla son los siguientes:

1. Enunciar la hipótesis de Riemann en variedades sobre cuerpos finitos y sus resultados adjuntos, análogos a los de la hipótesis clásica.
2. Mostrar que la hipótesis de Riemann es equivalente a la cota  $|N - (q+1)| \leq 2gq^{\frac{1}{2}}$  en el caso en que la variedad es una curva suave de género  $g$  definida sobre un cuerpo finito con  $q$  elementos y  $N$  es el número de puntos racionales de la curva.

Al finalizar daremos una idea de la prueba de la cota anterior (Teorema de Hasse – Weil) y de su generalización para variedades (Teorema de Lang – Weil).

### REFERENCIAS

- [1] Deligne, P. La conjecture de Weil, I, Publ. Math. IHES 43, 273–307, 1974.

- [2] Hartshorne, R. Algebraic Geometry. University of California, California, 1977.
- [3] Lang, S. and Weil, A. Number of points of varieties in finite fields. Amer. J. Math. 76, 819–827, 1954.
- [4] Sarnak, P. Problems of the Millenium: The Riemann Hypothesis (2004). Princeton University and Courant Institute of Math. Sciences.
- [5] Stichtenoth, H. Algebraic Functions Fields and Codes. Springer, Berlin, 1993.
- [6] Stöhr, K-O, Voloch, J. F. Weierstrass points and curves over finite fields. Proc. London Math Soc. (3), 1-19, 1986.

LUGAR: SALA DE POSGRADO MATEMÁTICAS  
FECHA Y HORA: JUEVES 22 DE MARZO, 10:00AM.